ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2013
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 234

Α2. **α.** Σωστό, **β.** Σωστό, **γ.** Λάθος,
δ. Λάθος αν $\alpha \neq \beta$ και Σωστό αν $\alpha = \beta$, **ε.** Σωστό.

Α3. **α.** $\int_{\alpha}^{\beta} \eta\mu x \, dx = \left[-\sigma\upsilon\nu x\right]_{\alpha}^{\beta} = -\sigma\upsilon\nu\beta + \sigma\upsilon\nu\alpha$

β. $(c \cdot f)'(x) = c \cdot f'(x)$

γ. $(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha - 1}$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} \left(\alpha^2 x + \ln x\right) = \alpha^2$

Β2. $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x^2 - x}{\sqrt{x+3} - 2} = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x(x-1)\left(\sqrt{x+3} + 2\right)}{\left(\sqrt{x+3} - 2\right)\left(\sqrt{x+3} + 2\right)}$

$$= \lim_{x \to 1^+} \frac{x\cancel{(x-1)}\left(\sqrt{x+3} + 2\right)}{\cancel{x-1}} = \lim_{x \to 1^+} \left[x\left(\sqrt{x+3} + 2\right)\right] = \mathbf{4}.$$

Β3. • $f(1) = 2 \Leftrightarrow \alpha^2 \cdot 1 + \ln 1 = \alpha^2$

• Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 1$ πρέπει

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow$

$\alpha^2 = 4 \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha = \pm 2}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

x_i	v_i	$f_i\%$	$x_i \cdot v_i$
6	25	50	150
10	17	34	170
15	6	12	90
20	2	4	40
ΣΥΝΟΛΑ	v = 50	100	450

Γ2. $\bar{x} = \dfrac{x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3 + x_4v_4}{v_1 + v_2 + v_3 + v_4} = \dfrac{450}{50} =$ **9** εκατοντάδες ευρώ

Γ3. 1000 € = 10 εκατοντάδες €

$f_1\% + f_2\% = 50\% + 34\% = 84\%$

άρα το 84% των υπαλλήλων έχουν μισθό το πολύ 1000€.

Γ4.

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$	$\bar{x} - x_i$	$(\bar{x} - x_i)^2$	$(\bar{x} - x_i)^2 v_i$
6	25	150	3	9	225
10	17	170	-1	1	17
15	6	90	-6	36	216
20	2	40	-11	121	242
ΣΥΝΟΛΑ	v = 50	450	-	-	700

$$s^2 = \frac{(\bar{x}-x_1)^2v_1 + (\bar{x}-x_2)^2v_2 + (\bar{x}-x_3)^2v_3 + (\bar{x}-x_4)^2v_4}{v_1 + v_2 + v_3 + v_4} = \frac{700}{50} = \mathbf{14}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f(x) = (x-2)^2(x+\alpha)$

$$f'(x) = \left[(x-2)^2(x+\alpha)\right]' = \left[(x-2)^2\right]'\cdot(x+\alpha) + (x-2)^2\cdot(x+\alpha)'$$

$$= 2(x-2)\cdot(x-2)'\cdot(x+\alpha) + (x-2)^2\cdot 1$$

$$= 2(x-2)\cdot(x+\alpha) + (x-2)^2 = (x-2)\cdot\left[2(x+\alpha) + (x-2)\right]$$

$$= (x-2)\cdot(2x + 2\alpha + x - 2) = (x-2)\cdot(3x + 2\alpha - 2)$$

Δ2. Για να παρουσιάζει η συνάρτηση ακρότατο στο $x_0 = 4$,
πρέπει $f'(4) = 0 \Leftrightarrow (4-2)(3\cdot 4 + 2\alpha - 2) = 0 \Leftrightarrow$
$2(2\alpha + 10) = 0 \Leftrightarrow 2\alpha + 10 = 0 \Leftrightarrow 2\alpha = -10 \Leftrightarrow \alpha = -5$

Δ3. $f(x) = (x-2)^2(x-5)$

$f'(x) = (x-2)\cdot(3x-12) = 3x^2 - 6x + 24$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)\cdot(3x-12) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ή $x = 4$

x	$-\infty$	2		4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗		↘		↗

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, 2]$ και $[4, +\infty)$ ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[2, 4]$.
Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = 2$ την τιμή $f(2) = 0$
Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 4$ την τιμή $f(4) = -4$

Δ4. $g(x) - h(x) = 3x^2 - 12x - (6x - 24) = 3x^2 - 6x + 24 = f'(x)$
Είναι $f'(x) \le 0$ στο $[2, 4]$ από Δ3 ερώτημα

$$E = -\int_2^4 f'(x)\,dx = -\left[f(x)\right]_2^4 = -\left[f(4) - f(2)\right] = f(2) - f(4) = \mathbf{4\ \tau.\mu.}$$